المحاضرة التاسعة 22/6/2020

مثال أول

$$L[x^2 \cdot \sin 3x - x]$$

الحل

$$L[x^2 \sin 3x - x] = L[x^2 \cdot \sin 3x] - L[x]$$

وظيفة

لحساب $L[x] = \frac{1}{s^2}$

$$L[x^2 \cdot \underbrace{\sin 3x}_{f(x)}] = (-1)^2 \left(\frac{3}{s^2+9}\right)'' = +\left(\frac{0-(2s)(3)}{(s^2+9)^2}\right)' = -\left(\frac{6s}{(s^2+9)^2}\right)'$$

خاصية الضرب

بـ x^n حيث $f(x) = \sin 3x$

$L[\sin 3x] = \frac{3}{s^2+9}$

$$= -\left(\frac{6(s^2+9)^2 - 12(s^2+9)(2s)s}{(s^2+9)^4}\right)$$

ثم نضرب في (x) حتى المطلوب

تمرين وظيفة

$$L[x^2 \cos 3x - x]$$

مثال: ① $L[e^{2x} \operatorname{ch} 3x]$

② $L[x \operatorname{sh} 3x]$

الحل $L[e^{2x} \operatorname{ch} 3x]$

حيث $\operatorname{ch} 3x = \frac{e^{3x} + e^{-3x}}{2}$

$$L[e^{2x} \operatorname{ch} 3x] =$$

حسب خاصية الانتقال الأول

$$L[\operatorname{ch} 3x] = L\left[\frac{e^{3x} + e^{-3x}}{2}\right] = \frac{1}{2} L[e^{3x}] + \frac{1}{2} L[e^{-3x}]$$

$$= \frac{1}{2} \frac{1}{s-3} - \frac{1}{2} \frac{1}{s+3}$$

خاصية انتقال أولى

$f(x) = 1$

$L[1] = \frac{1}{s}$

$$L[e^{2x} \operatorname{sh} 3x] = \frac{1}{2} \frac{1}{(s-2)-3} - \frac{1}{2} \frac{1}{(s-2)+3}$$

انتقال أول

ALADIB

/ /

مثال وظيفة : $L[e^{2x} ch 3x]$

② $L[x \cdot sh 3x]$

طريقة ثانية

$$L[e^{2x} sh 3x] = L\left[e^{2x}\left(\frac{e^{3x}-e^{-3x}}{2}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left(L(e^{5x}-e^{-x})\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\underbrace{L[e^{5x}] - L[e^{-x}]}\right)$$

$\boxed{3}$ وظيفة : (إتمام حسب المعادلة)

[2] . $L[x \, sh 3x]$

باستخدام خاصية الضرب ب X

$$L[sh 3x] = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{s-3} - \frac{1}{s+3}\right)$$

من التمرين السابق

إذاً :

$$L[x \, sh 3x] = -\left(\frac{1}{2}\frac{1}{s-3} - \frac{1}{2}\frac{1}{s+3}\right)'$$

$$= -\left(\frac{1}{2}\frac{0-1}{(s-3)^2} - \frac{1}{2}\frac{0-1}{(s+3)^2}\right)$$

$$= -\frac{1}{2(s-3)^2} - \frac{1}{2(s+3)^2}$$

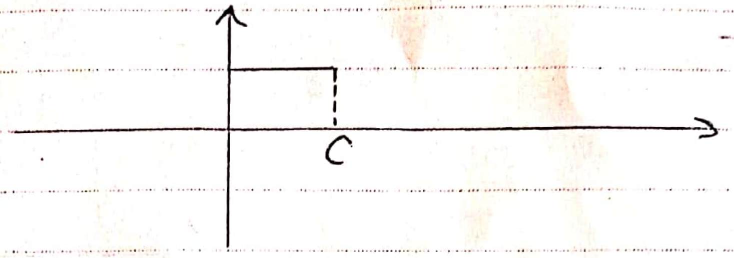
⑦ خاصية الانسحاب الثانية

تعريف الدالة الدرجية

$$u(x-c) = \begin{cases} 0 & 0 < x < c \\ 1 & c < x \end{cases}$$

$c > 0$ عدد ما

/ /



$$L[\underbrace{u(x-c)}_{\text{دالة}}\,f(x-c)] = e^{-cs}F(s)$$

حيث:

$$F(s) = L[f(x)]$$

مثال أوجد تحويل لابلاس للدوال

$$f(x) = \begin{cases} 0 & 0 \le x < 2 \\ 1 & 2 \le x < 5 \\ 0 & 5 \le x \end{cases}$$

$$f(x) = u(x-2) - 1\,u(x-5)$$

$$L[f(x)] = L[u(x-2)] - L[u(x-5)]$$

$$= e^{-2s}\frac{1}{s} - e^{-5s}\frac{1}{s}$$

مثال أوجد تحويل لابلاس للدالة

$$f(x) = \begin{cases} 1 & 0 \le x < 1 \\ 2 & 1 \le x < 3 \\ 4 & 3 \le x < 5 \\ -2 & 5 \le x \end{cases}$$

$$f(x) = 1 + u(x-1) + 2u(x-5)$$

$$L[f] = \frac{1}{s} + e^{-s}\frac{1}{s} - 6e^{-5s}\frac{1}{s}$$

خطية

/ /

8 الجداء الالتفافي

لتكن $f(x)$ و $g(x)$ دوال معرفة R^+ عندها نعرف الجداء الالتفافي f و g بأنه

$$\boxed{f(x) * g(x) = \int_0^x f(u)\, g(x-u)\, du}$$

عندها

$$\boxed{L[f*g] = L[f] \cdot L[g]}$$

مثال:

$$L[x * 13 + x^2 * e^{3x}]$$

$$= L[x * 13] + L[x^2 * e^{3x}]$$

$$= \frac{1}{s^2} \cdot \frac{13}{s} + \frac{2}{s^3} \cdot \frac{1}{s-3}$$

وانتقال أول

وظيفة:

$$L[x\,(x * e^{2x})]$$

The End